右辺のみに現れる変数を持つ項書換え系の計算モデル

A Computation Model of Term Rewriting Systems with Extra Variables

西田 直樹　酒井 正彦　坂部 俊樹

Naoki NISHIDA　Masahiko SAKAI　Toshiki SAKABE

名古屋大学大学院工学研究科

Graduate School of Engineering, Nagoya University

nishida@sakabe.nuie.nagoya-u.ac.jp　{sakai,sakabe}@nuie.nagoya-u.ac.jp

右辺のみに現れる変数を持つ書換え規則を含む項書換え系 (EV-TRS) は，その変数に任意の項を代入して書き換えられるので，書換え関係が無限分岐となる．そのため，EV-TRS は計算モデルとして好ましくない．本稿では，ナローイングを EV-TRS の書換え (EV ナローイング) に自然に拡張し，これが EV-TRS の書換え関係を十分にシミュレーションすることを示す．さらに，EV ナローイングが停止する EV-TRS の 1 つの条件を示す．

1　はじめに

右辺のみに現れる変数 (余剰変数) を持つ書換え規則を含む項書換え系 (EV-TRS) は，その変数に任意の項を代入して書き換えられるので，書換え関係が無限分岐となる．そのため，EV-TRS は計算モデルとして好ましくない．

本稿では，ナローイング [3, 5, 6] を EV-TRS 上の書換えへ自然に拡張した EV ナローイングを提案する．さらに，EV ナローイングの書換え系列から，元の書換え関係の書換え系列ができること (健全性) を示す．また，余剰変数に代入されて出現した項以下では書換えが起こらない書換え系列，もしくは右線形な TRS の書換え系列は，EV ナローイングによりシミュレーションできること (完全性) を示す．これにより，EV ナローイングが EV-TRS の計算モデルとして十分であることを示す．さらに，TRS の各規則の左辺の先頭の記号と右辺の被定義記号から生成した規則の集合である TRS が停止するとき，元の TRS の EV ナローイングが停止することを示す．

2　準備

本稿では，項書換え系の一般的な記法に従う [2, 4]．関数記号，変数の集合をそれぞれ F, X とする．F と X の記号から構成される項は，F から自然数への写像である $arity$ を用いて次の (1), (2) により再帰的に定義される：(1) 変数は項である．(2) $f \in F$, $arity(f) = n$ かつ $t_1,...,t_n$ が項ならば，$f(t_1, ..., t_n)$ は項である．$arity(f) = 0$ のときは $f()$ ではなく f を項とし，f を定数と呼ぶ．F,X からなる項の集合を $T(F, X)$ で表す．$T(F, \emptyset)$ を単に $T(F)$ と書き，$T(F)$ に属する項を基礎項と呼ぶ．項 t に出現する変数の集合を $\mathcal{V}ar(t)$ で表す．項中のどの変数もたかだか 1 回しか現れないとき，その項は線形であるという．項 s, t が同一であるとき $s \equiv t$ と記述する．$t \equiv f(t_1, ..., t_n)$ のとき，$top(t)$ は t の先頭の記号 f を表す．1 引数関数記号 f を 項 t へ n 回適用した項を $f^n(t)$ と表現する．

$\Box$ を特別な定数とする．$C[, ...,]$ と記述される項 $C \in T(F \cup \{\Box\}, X)$ を文脈と呼ぶ．$\Box$ を n 個含む $C[, ...,]$ と項 $t_1,...,t_n \in T(F, X)$ に対して，$\Box$ を左から順に $t_1,...,t_n$ に置き換えて得られる項を $C[t_1, ..., t_n]$ で表す．$\Box$ が 1 個の文脈 C を $C[\,]$ と書く．$t \equiv C[u]$ のとき，u を t の部分項と呼び，$t \trianglerighteq u$ と記述する．

代入は，その定義域が有限な変数から項への写像である．ここで，代入 σ の定義域は $\mathcal{D}om(\sigma) = \{ x \mid \sigma(x) \not\equiv x \}$ である．代入を表す記号として σ, δ, θ を用いる．$\mathcal{D}om(\sigma) = \{ x_1, ..., x_n \}$ かつ $\sigma(x_i) = u_i$ のとき，σ は $\{ x_1 \mapsto u_1, ..., x_n \mapsto u_n \}$ と書く．$\forall x \in \mathcal{D}om(\sigma), x\sigma \in T(F)$ を満たす代入 σ を基礎代入と呼ぶ．代入の定義域は項に自然に拡張され，σ の項 t への適用を $t\sigma$ で表す．$V \subseteq \mathcal{D}om(\sigma)$ のとき，$\sigma|_V = \{x \mapsto t \mid x \in V, x\sigma \equiv t\}$ と定義する．代入 σ, δ の合成 $\sigma\delta$ は $x(\sigma\delta) \equiv (x\sigma)\delta$ で定義される．代入 σ, σ' に対し $\exists\theta, \forall x \in \mathcal{D}om(\sigma) \cup \mathcal{D}om(\sigma'), x\sigma\theta \equiv x\sigma'$ のとき，$\sigma \lesssim \sigma'$ と書く．2 つの項 s, t に対して $s\sigma \equiv t\sigma'$ を満たす代入の組 (σ, σ') を s と t の単一化子と呼ぶ．また，s と t のすべての単一化子 (θ, θ') に対し

て，$\sigma \lesssim \theta, \sigma' \lesssim \theta'$ を満たす s と t の単一化子 (σ, σ') を最汎単一化子と呼び，$(\sigma, \sigma') \in \mathtt{mgu}(s, t)$ と書く．

$l \to r$ は書換え規則と呼ばれる．ここで，$l\ (\notin X)$, r はそれぞれ規則の左辺，右辺と呼ばれる項である．書換え規則は，他の規則と識別できるラベル ρ を付けて $\rho : l \to r$ と書くこともある．書換え規則の集合 R を**項書換え系**と呼ぶ．R から定まる項上の 2 項関係 $\to_R$ は,

$$\begin{aligned} \to_R\ = \{\ (\ C[l\sigma], C[r\sigma]\ ) \mid l \to r \in R, \\ C \in T(F \cup \{\Box\}, X)\ \} \end{aligned}$$

と定義される．$\xrightarrow{*}_R$ は $\to_R$ の推移反射閉包である．$\xrightarrow{n}_R$ は n ステップの書換えを表す．項 t が R でそれ以上書き換えられないとき，t を R の正規形という．項 t で始まる R 上の無限系列が存在しないとき，t は (R の元で) 停止するという．すべての項が R の元で停止するとき，R は停止するという．すべての規則の右辺 (左辺) が線形であるとき，その TRS は右線形 (左線形) であるという．

規則 ρ の右辺にのみ現れる変数を**余剰変数**と呼び，その集合を $\mathcal{EV}ar(\rho)$ と書く．余剰変数を持つ書換え規則を含む項書換え系を特に **EV-TRS** と呼ぶ．

例 1 次のように定義される R_1 はEV-TRS である．

$$\begin{aligned} R_1 = \{ \quad & \rho_1 : f(x, 0) \to x, \\ & \rho_2 : g(x) \to f(x, y) \quad \} \end{aligned}$$

項 $g(0)$ は，規則 ρ_2 により，$f(0, 0)$, $f(0, s(0))$, $f(0, s(g(s(0))))$, ... など，$f(0, t)$ の形 (t は任意の項) をしたどの項にも書き換えることができる (図 1). すなわち，$\to_{R_1}$ は無限分岐である． □

$$\begin{array}{lll} & \nearrow_{R_1} & f(0,0) \\ g(0) & \to_{R_1} & f(0, s(0)) \\ & \searrow_{R_1} & f(0, s(g(s(0)))) \\ \vdots & & \vdots \end{array}$$

図 1: 項 $g(0)$ の R_1 による書換え

3 EV ナローイング

例 1 の R_1 による $g(0)$ で始まる書換え系列を考える．$g(0)$ から 1 ステップ書き換えて到達できる無限個の項を，任意の項を表す t で代表させて $f(0, t)$ と表現できる．よって，$g(0)$ からの 1 ステップの書換えは無限通りであるにもかかわらず，$g(0) \to_{R_1} f(0, t)$ と書ける．さらに $f(0, t)$ は，$t \equiv 0$ の場合にのみ 0 に書き換えられるが，t は 0 に照合できないため不都合が生じる．そこで，t の代わりに変数を用いて，規則の照合の際にその変数へ規則に照合可能となる項を代入することにより，次のような書換え系列が可能になるような書換え手法を定義したい．

$$g(0) \rightharpoonup_{R_1} f(0, y) \underset{\{y \mapsto 0\}}{\rightharpoonup}{}_{R_1} 0$$

このような書換えは，ナローイング [3, 5, 6] を EV-TRS の書換えへ自然に拡張したものになっているので，これを **EV ナローイング**と呼ぶ．EV ナローイングの概要は次のようになる．

- 余剰変数にはそれまでの系列上に現れていない変数を代入する．
- 変数は任意の項とみなして規則を適用して書き換える．その際，照合した規則の左辺との最汎単一化子により代入を行う．

以上を満たすように，EV ナローイングを形式化する．

定義 2 TRS R の EV ナローイング $\rightharpoonup_R$ を次のように定義する．

$$\begin{aligned} \rightharpoonup_R\ = \{\ (\ C[t],\ C\delta[r\sigma]\ ) \\ \mid \rho : l \to r \in R, t \notin X, \\ C \in T(F \cup \{\Box\}, X), \\ (\delta, \sigma) \in \mathtt{mgu}(t, l), \\ (\forall x \in \mathcal{EV}ar(\rho), \\ x\sigma \notin \mathcal{V}ar(C[t]) \cup \mathcal{V}ar(t\delta))\ \} \end{aligned}$$

δ の元で項 s が項 t に書き換えられるとき $s \underset{\delta}{\rightharpoonup}{}_R t$ と書く．また，δ は省略してもよい． □

$n{+}1$ ステップの EV ナローイングは $\underset{\delta'\delta}{\overset{n+1}{\rightharpoonup}}{}_R = \underset{\delta'}{\overset{n}{\rightharpoonup}}{}_R \underset{\delta}{\rightharpoonup}{}_R$ で定義され，推移反射閉包を $\underset{\delta}{\overset{*}{\rightharpoonup}}{}_R$ と書く．上の定義 2 より，EV ナローイングの 1 ステップの書換えが有限分岐であることは明らかである．さらに，明らかに次の命題が成り立つ．

命題 3 TRS R が EV-TRS でないならば，基礎項上では $\to_R\ =\ \rightharpoonup_R$ である． □

次の定理 4 は EV ナローイングの健全性を，定理 9, 10 は条件付きの完全性を保証する．これらの定理

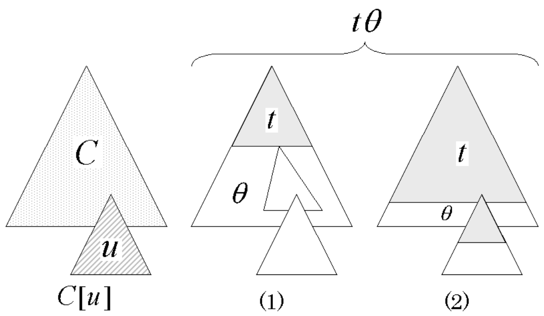

図 2: $t\theta \equiv C[u]$ のときの $t\theta$ の構造.

は，EV ナローイングが EV-TRS の書換え関係 $\rightarrow_R$ を十分にシミュレーションできることを意味する．

定理 4 R を TRS とする．任意の項 $s, t \in T(F, X)$ について，$s \overset{*}{\underset{\delta}{\rightharpoonup}}_R t$ ならば $s\delta \overset{*}{\rightarrow}_R t$ である． □

証明 $s \overset{n}{\underset{\delta}{\rightharpoonup}}_R t$ として，n に関する帰納法により証明する．

$n = 0$ のときは明らかに成り立つ．$s \overset{n-1}{\underset{\delta}{\rightharpoonup}}_R u \underset{\delta'}{\rightharpoonup}_R t$ とすると，帰納法の仮定より，$s\delta \overset{*}{\rightarrow}_R u$．$u \underset{\delta'}{\rightharpoonup}_R t$ が規則 $l \rightarrow r \in R$ によって書き換えられたとすると，$u \equiv C[u'] \underset{\delta'}{\rightharpoonup}_R C\delta'[r\sigma] \equiv t$ かつ $(\delta', \sigma) \in \mathtt{mgu}(u', l)$ となる文脈 C，項 u'，代入 σ が存在する．このとき，単一化子の定義より $u'\delta' \equiv l\sigma$．よって，

$$
\begin{aligned}
s\delta\delta' \overset{*}{\rightarrow}_R u\delta' &\equiv C[u']\delta' \equiv C\delta'[u'\delta'] \\
&\equiv C\delta'[l\sigma] \rightarrow_R C\delta'[r\sigma] \equiv t.
\end{aligned}
$$

したがって，$s \overset{n+1}{\underset{\delta\delta'}{\rightharpoonup}}_R t$ ならば，$s\delta\delta' \overset{*}{\rightarrow}_R t$ である． □

命題 5 t, u を項，θ を代入，C を文脈とする．$t\theta \equiv C[u]$ ならば，t と θ は次のどちらかを満たす．

(1) 文脈 C', C'' が存在して，$t \equiv C'[x]$ かつ $x\theta \equiv C''[u]$.

(2) 文脈 C' と項 v $(\notin X)$ が存在して，$t \equiv C'[v]$ かつ $C'\theta \equiv C$ かつ $v\theta \equiv u$. □

証明 図 2 (1), (2) から明らかに成り立つ． □

命題 6 (θ, θ') を項 s, t の単一化子とする．(σ, σ') が s と t の最汎単一化子ならば，$s\sigma\delta = s\theta$ かつ $t\sigma'\delta = t\theta'$ を満たす代入 δ が存在する． □

証明 $(\sigma, \sigma') \in \mathtt{mgu}(s, t)$ より，$\sigma\delta_1 = \theta$, $\sigma'\delta_2 = \theta'$ を満たす δ_1，δ_2 が存在する．また，$s\sigma \equiv t\sigma'$ より，$\mathcal{V}ar(s\sigma) = \mathcal{V}ar(t\sigma')$．したがって，$s\sigma\delta_1 \equiv s\theta \equiv t\theta' \equiv t\sigma\delta_2$ かつ $\mathcal{V}ar(s\sigma) = \mathcal{V}ar(t\sigma')$ より，$\delta_1|_{\mathcal{V}ar(s\sigma)} = \delta_2|_{\mathcal{V}ar(t\sigma')}$．$\delta|_{\mathcal{V}ar(s\sigma)} = \delta_1|_{\mathcal{V}ar(s\sigma)}$ を満たす代入 δ をとると，δ は $s\sigma\delta = s\theta$ かつ $t\sigma'\delta = t\theta'$ を満たす． □

補題 7 $C[l\sigma] \rightarrow_R C[r\sigma]$, $\rho : l \rightarrow r \in R$, $(C'[t])\theta \equiv C[l\sigma]$ とする．$t\theta \equiv l\sigma$ かつ $t \notin X$ ならば，$C'[t] \underset{\delta}{\rightharpoonup}_R C'\delta[r\sigma']$ かつ $(C'\delta[r\sigma'])\theta' \equiv C[r\sigma]$ を満たす代入 θ' が存在する． □

証明 $t\theta \equiv l\sigma$, $t \notin X$ とする．このとき，$t\theta \equiv l\sigma$ より t と l の最汎単一化子が存在することは明らか．(δ, σ') を t と l の最汎単一化子とすると，EV ナローイングの定義より，$C'[t] \underset{\delta}{\rightharpoonup}_R C'\delta[r\sigma']$.

$t\theta \equiv l\sigma$ より，(θ, σ) は t と l の単一化子である．よって，命題 6 より，$t\delta\delta' \equiv t\theta$ かつ $l\sigma'\delta' \equiv l\sigma$ を満たす δ' が存在する．このとき，t 中の任意の変数 x について，$x\delta\delta' = x\theta$．また，l 中の任意の変数 y について，$y\sigma'\delta' = y\sigma$.

EV ナローイングの定義より，$\mathcal{V}ar(C'\delta[r\sigma']) = (\mathcal{V}ar(C') \cap \mathcal{V}ar(C'\delta)) \oplus \mathcal{V}ar(t\delta) \oplus \{\ x\sigma' \mid x \in \mathcal{EV}ar(\rho)\ \}$ であるので，$\theta' = \theta|_{\mathcal{V}ar(C') \cap \mathcal{V}ar(C'\delta)} \cup \delta'|_{\mathcal{V}ar(t\delta)} \cup \sigma|_{\{x\sigma' \mid x \in \mathcal{EV}ar(\rho)\}}$ とする．このとき，θ' は $C'\delta\theta' \equiv C'\theta \equiv C$ かつ $r\sigma'\theta' \equiv r\sigma$ を満たす．よって，$(C'\delta[r\sigma'])\theta \equiv C[r\sigma]$. □

補題 8 R を TRS とする．s を項, t を基礎項，θ は $\mathcal{D}om(\theta) = \mathcal{V}ar(s)$ を満たす基礎代入とする．$s\theta \overset{*}{\rightarrow}_R t$ かつこの系列では $s\theta$ で θ により代入された項以下，ならびに余剰変数に代入された項以下では書き換えられていないとする．このとき，$s \overset{*}{\underset{\delta}{\rightharpoonup}}_R t'$ かつ $t \equiv t'\theta'$ を満たす項 t' と代入 θ' が存在する． □

証明 $s\theta \overset{n}{\rightarrow}_R t$ とし，n に関する帰納法により証明する．

$n = 0$ のときは明らか．$s\theta \equiv C[l\sigma] \rightarrow_R C[r\sigma] \equiv u \overset{n-1}{\rightarrow}_R t$, $l \rightarrow r \in R$ とする．$s\theta \equiv C[l\sigma]$ より，s は命題 5 の (1) または (2) の形式で表すことができる．命題 5 (1) の形式は，θ により代入された項以下では書換えが起こらないことに反するので，s は (2) の形式となる．よって，$C'\theta \equiv C$, $s \equiv C'[v]$, $v\theta \equiv l\sigma$ を満たす文脈 C' と項 v $(\notin X)$ が存在する．このとき，$C[l\sigma] \rightarrow_R C[r\sigma]$, $l \rightarrow r \in R$, $(C'[v])\theta \equiv C[l\sigma]$, $v\theta \equiv l\sigma$, $v \notin X$ である．よって，補題 7 より，$(C'\delta[r\sigma'])\theta' \equiv C[r\sigma]$ を満たす θ' が存在して，$u \equiv (C'\delta[r\sigma'])\theta'$ である．

$C'\delta$, $r\sigma'$ に現れる変数は s に現れていた変数，s に現れていた変数に代入されて現れた項以下の変数，r 中の余剰変数に σ' で代入されて現れた変数のいずれかである．s に現れる変数に代入をした項，ならびに余剰変数に代入されて現れた項以下では書換えが起こらないことを仮定したので，書換え系列 $u \equiv (C'\delta[r\sigma'])\theta' \stackrel{n-1}{\to}_R t$ においても $C'\delta[r\sigma']$ 中の変数に代入 θ'' が適用されて現れた項以下では書換えは起こらない．よって，帰納法の仮定より，$C'\delta[r\sigma'] \underset{\delta'}{\stackrel{*}{\rightharpoondown}}_R t'$ かつある代入 θ'' が存在し $t'\theta'' \equiv t$ である．したがって，$s \underset{\delta\delta'}{\rightharpoondown}_R t'$ かつ $t'\theta'' \equiv t$. □

定理 9 R を TRS とする．任意の基礎項 $s, t \in T(F)$ について，$s \stackrel{*}{\to}_R t$ かつ余剰変数に代入された項以下では書換えが起こらないならば $s \underset{\delta}{\stackrel{*}{\rightharpoondown}}_R t'$ かつ $t \equiv t'\theta$ となる項 t' と代入 θ が存在する． □

証明 補題 8 において，$s\theta \equiv s$ とすれば明らか． □

定理 9 には，$\to_R$ での書換え系列では余剰変数に代入された項以下では書換えが起こらないことを仮定している．実際の書換えでは余剰変数には正規形を代入するのが一般的であるので，EV ナローイングの完全性は，定理 9 を示すだけで十分である．

定理 10 R を右線形な TRS とする．任意の基礎項 $s, t \in T(F)$ について，$s \stackrel{*}{\to}_R t$ ならば $s \underset{\delta}{\stackrel{*}{\rightharpoondown}}_R t'$ かつ $t \equiv t'\theta$ となる線形な項 t' と代入 θ が存在する． □

証明 $s \stackrel{n}{\to}_R t$ のステップ数 n に関する帰納法により証明する．

$n = 0$ のときは明らか．$s \stackrel{n}{\to}_R u \to_R t$ とすると，帰納法の仮定より，$s \underset{\delta}{\stackrel{*}{\rightharpoondown}}_R u'$ かつ $u'\theta' \equiv u$ となる線形な項 u' と代入 θ' が存在する．さらに，$u \equiv C[l\sigma] \to_R C[r\sigma] \equiv t$ $(l \to r \in R)$ とすると，命題 5 より，次のように場合分けができる．

(a) $u' \equiv C'[x], x\theta' \equiv C''[l\sigma]$.

(b) $u' \equiv C'[v], C'\theta' \equiv C, v\theta' \equiv l\sigma, v \notin X$.

以下では，上の (a), (b) の場合について考える．

- (a) の場合．R が右線形であることより $C'[x]$ は線形である．よって，$x \notin \mathcal{V}ar(C')$. $\theta = \theta'|_{\mathcal{D}om(\theta') - \{x\}} \cup \{\, x \mapsto C''[r\sigma] \,\}$ とすると，$s \stackrel{*}{\rightharpoondown}_R u'$ かつ $u'\theta \equiv C'[x]\theta \equiv C'\theta[x\theta] \equiv C'\theta'[C''[r\sigma]] \equiv C[r\sigma] \equiv t$.
- (b) の場合．$C[l\sigma] \to_R C[r\sigma]$, $l \to r \in R$, $(C'[v])\theta' \equiv C[r\sigma]$, $v\theta' \equiv l\sigma$, $v \notin X$ であるので，補題 7 より，$u' \equiv C'[v] \underset{\delta'}{\rightharpoondown}_R C'\delta'[r\sigma']$ かつ $(C'\delta'[r\sigma'])\theta \equiv C[r\sigma]$ を満たす θ が存在する．したがって，$s \underset{\delta\delta'}{\stackrel{*}{\rightharpoondown}}_R C'[r\sigma']$ かつ $C'[r\sigma']\theta \equiv t$. □

一般の書換え $\to_R$ では変数を含む項も対象としているが，書換え系列上に現れる変数は定数とみなしても差し支えない．よって，定理 9,10 は $\to_R$ による基礎項の書換え系列を考えるだけで十分である．

4 EV ナローイングの停止性

最後に，EV ナローイングの停止性の 1 つの条件を示す．その考え方は，依存対による停止性証明の手法 [1] に基づく．

F 上の TRS R に対して，その被定義記号の集合を $D_R = \{\, top(l) \mid l \to r \in R \,\}$，構成子記号の集合を $C_R = F - D_R$ と定義する．項 t から始まる R の EV ナローイングの無限系列が存在しないとき，t は R の EV ナローイングの元で停止するという．すべての項が R の EV ナローイングの元で停止するとき，R の EV ナローイングは停止するという．項 t が R の EV ナローイングのもとで停止せず，かつ t のすべての真部分項は R の EV ナローイングの元で停止するならば，t は R の EV ナローイングに関して本質的であるという．このとき，明らかに次の命題が成り立つ．

命題 11 項 t が TRS R の元で停止しないならば，R の EV ナローイングに関して本質的である t の部分項が存在する． □

文脈 C と EV ナローイングの系列 $C[t] \underset{\delta}{\rightharpoondown}_R C\delta[r\sigma]$ (ただし，$l \to r \in R$, $(\delta, \sigma) \in \mathtt{mgu}(t, l)$) に対して，$C \equiv \square$ のとき $C[t] \underset{\delta}{\stackrel{\Lambda}{\rightharpoondown}}_R C\delta[r\sigma]$ と，$C \not\equiv \square$ のとき $C[t] \underset{\delta}{\stackrel{>\Lambda}{\rightharpoondown}}_R C\delta[r\sigma]$ と書く．

R の規則の左辺，右辺に現れる被定義記号から次のような TRS R_{dp} を作る．

$$R_{dp} = \{\, top(l) \to top(t) \mid l \to r \in R,\ t \trianglelefteq r, top(t) \in D_R \,\}$$

この R_{dp} から，次の R の EV ナローイングが停止するための条件が得られる．

定理 12 R を F 上の TRS とする．R_{dp} が停止するならば，R の EV ナローイングは停止する． □

証明　R の EV ナローイングが停止しないならば，R_{dp} が停止しないことを示す．

R の EV ナローイングが停止しないとき，R の EV ナローイングの元で停止しない項が存在する．命題 11 より，その項は R の EV ナローイングに関して本質的である部分項を持つ．その部分項を t_0 とすると，次のような系列が存在する．

$$t_0 \overset{*}{\underset{\delta_0}{\rightharpoonup}}{}_R^{>\Lambda}\, t'_0 \underset{\delta'_0}{\rightharpoonup}{}_R^{\Lambda}\, t''_0 \rightharpoonup_R \cdots$$

このとき，$top(t_0) = top(t'_0)$ である．ここで，$t'_0 \rightharpoonup_R t''_0$ が $l_0 \to r_0 \in R$ により書き換えられたとすると，$(\delta'_0, \sigma_0) \in \mathtt{mgu}(t'_0, l_0)$ を満たす δ'_0 と σ_0 が存在し，$t'_0 \underset{\delta'_0}{\rightharpoonup}{}_R\, r_0\sigma \equiv t''_0$ である．t'_0 は本質的であるので σ によって得られるすべての項 $x\sigma$ $(x \in \mathcal{D}om(\sigma))$ は停止する．$r_0\sigma_0$ は R の EV ナローイングの元で停止しないので，$r_0\sigma_0$ の R の EV ナローイングに関して本質的である部分項 t_1 $(t_1 \equiv u_0\sigma$ かつ $u_0 \trianglelefteq r_0)$ が存在し，$top(t_1) = top(u_0)$ である．よって，R_{dp} の作り方より，R_{dp} 中に規則 $top(l_0) \to tp(u_0)$ が存在し，$top(t_1) \to_{R_{dp}} top(t_1)$ である．

以下同様にして，$t_2, t_3, ...$ を定めると，次のような R_{dp} の無限長の書換え系列が存在する．

$$top(t_0) \to_{R_{dp}} top(t_1) \to_{R_{dp}} top(t_2) \to_{R_{dp}} \cdots$$

よって，R_{dp} は停止しない．これは，定理の仮定に矛盾するので，題意は成り立つ．□

例 13 例 1 の R_1 を考える．書換え関係 $\to_{R_1}$ では，g を含むような項から始まる書換え系列には，無限長になるものが必ず存在し，$\to_{R_1}$ は停止しない．

一方，R_1 から作られる R_{1dp} は次のようになる．

$$R_{1dp} = \{\, g \to f \,\}$$

R_{1dp} は明らかに停止するので，R_1 の EV ナローイングは停止する．□

5　まとめ

本稿では，EV-TRS の 1 ステップの書換えが有限分岐となる EV ナローイングを提案し，計算モデルとして好ましくなかった EV-TRS の書換えを EV ナローイングによりシミュレーションできることを示した．さらに，TRS の EV ナローイングが停止する条件の 1 つを与えた．

今後の課題は，普通の書換え関係における依存対を用いた TRS の停止条件を EV ナローイングでの停止条件に拡張すること，ならびに，EV ナローイングを条件付き項書換え系へ拡張することである．

参考文献

[1] Arts,T. and Giesl,J.: Termination of Term Rewriting Using Dependency Pairs. Theoretical Computer Science, Vol.236, pp.133–178, 2000.

[2] Baader,F. and Nipkow,T.: *Term Rewriting and All That*. Cambridge University Press, 1998.

[3] Hullot,J.M.: Canonical Forms and Unification. Proceedings of the 5th Conference on Automated Deduction, LNCS 87, pp.318–334, 1980.

[4] Klop,J.W.: Term Rewriting Systems. In S. Abramsky, D.M. Gabbay and T.S.E. Maibaum editors, *Handbook of Logic in Computer Science*, Vol.2, pp.2–116. Oxford University Press, 1992.

[5] Middeldorp,A. and Hamoen,E.: Completeness Results for Basic Narrowing. *Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing*, Vol.5, pp.213–253, 1994.

[6] Slagle,J.R.: Automated Theorem Proving for Theories with Simplifiers, Commutativity and Associativity. *J.ACM*, Vol.21, pp.622–642, 1974.