所属制約を持つ条件付き項書換え系の紐解き変換

村田俊樹 *，西田直樹，酒井正彦，坂部俊樹，草刈圭一朗 （名古屋大学）

Unraveling for Conditional Term Rewriting Systems with Membership Constraints

MURATA Toshiki，NISHIDA Naoki，SAKAI Masahiko，SAKABE Toshiki，KUSAKARI Keiichirou （Nagoya University）

1. はじめに

紐解き変換とは，条件付き項書換え系（CTRS）をそれと等価な項書換え系（TRS）に変換する方法であり，CTRS の解析に有用である．一方，所属制約を持つ CTRS とは，リデックスの部分項に対する所属制約を持つ条件付き書換え規則の集合であり，所属制約を正規形の集合などに設定することで戦略の検証への利用が期待されている．本稿では，紐解き変換を所属制約付き CTRS から所属制約付き TRS への変換に拡張する．項書換えに関する基本的な記法は，文献 [1] に従う．

2. 所属制約付き CTRS

本節では，文献 [2] の所属制約付き TRS を所属制約付き CTRS に拡張する．

関数記号の集合 $\mathcal{F}$ 上の**所属制約付き条件付き書換え規則**は，$\mathcal{F}$ 上の条件付き書換え規則 $l \to r \Leftarrow s_1 \to t_1, \cdots, s_n \to t_n$ に所属制約 $\mathcal{M}em$ を加えた書換え規則のことであり，$l \to r \Leftarrow s_1 \to t_1, \cdots, s_n \to t_n : \mathcal{M}em$ と記す．所属制約 $\mathcal{M}em$ は $(x_{i1}, \cdots, x_{in_i}) \in \mathcal{T}_i$ という形式の列である．ただし，$\mathcal{T}_i$ は $\mathcal{T}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ の部分集合である．$\mathcal{M}em$ 中のすべての変数の集合を $\mathcal{V}ar(\mathcal{M}em)$ で表す．代入 σ が所属制約 $\mathcal{M}em$ のすべての i について，$(x_{i1}\sigma, \cdots, x_{in_1}\sigma) \in \mathcal{T}_i$ を満たすならば，σ は $\mathcal{M}em$ を満たすといい，$\mathcal{M}em(\sigma)$ と記す．さらに，ラベル ρ を用いて，$\rho : l \to r \Leftarrow \mathcal{C}ond : \mathcal{M}em$ と書くこともある．

$\mathcal{F}$ 上の**所属制約付き CTRS（M-CTRS）**とは，$\mathcal{F}$ 上の所属制約付き条件付き書換え規則の集合である．どの規則も条件部を持たない（所属制約は持ってよい）M-CTRS を**所属制約付き項書換え系（M-TRS）**と呼ぶ．

R を $\mathcal{F}$ 上の M-CTRS とすると、R による n レベルの書換え関係 $\underset{n}{\to}_R$ は次のように再帰的に定義される：(1) $\underset{0}{\to}_R = \emptyset$, (2) $\underset{n+1}{\longrightarrow}_R = \{(C[l\sigma]_p, C[r\sigma]_p) \mid l \to r \Leftarrow s_1 \to t_1, \cdots, s_n \to t_n : \mathcal{M}em \in R, (\forall\ i.\ s_i\sigma \overset{*}{\underset{n}{\to}}_R t_i\sigma), \mathcal{M}em(\sigma)\}$．$R$ の書換え関係 $\to_R$ は $\to_R = \bigcup_{n \geq 0} \underset{n}{\to}_R$ と定義される．

所属制約付き条件付き書き換え規則 $\rho : l \to r \Leftarrow s_1 \to t_1, \cdots, s_n \to t_n : \mathcal{M}em$ が $\mathcal{V}ar(\mathcal{M}em) \subseteq \mathcal{V}ar(l, t_1, \cdots t_n)$ かつ任意の i について $\mathcal{V}ar(s_i) \subseteq \mathcal{V}ar(l, t_1, \cdots, t_{i-1})$ を満たすとき，ρ は**決定的**であるという．すべての規則が決定的である M-CTRS を**決定的 M-CTRS** という．

3. 決定的 M-CTRS から M-TRS への変換

本節では，紐解き変換を決定的 M-CTRS から M-TRS への変換へ拡張，すなわち，$\mathcal{F}$ 上の決定的 M-CTRS を $\mathcal{T}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ に関して同等の書換えをする M-TRS に変換する方法を与え，その正しさを示す．

まず，決定的 M-CTRS から M-TRS への変換 $\mathbb{MU}$ を定義する．以下では，変数の集合 X に対して，$\mathcal{L}ist(X)$ は X の要素を適当な順序に並べたリストとする．

定義 1 R を $\mathcal{F}$ 上の決定的 M-CTRS とする．各規則 $\rho : l \to r \Leftarrow s_1 \to t_1, \cdots, s_n \to t_n : \mathcal{M}em \in R$ に対して，$X_i = \mathcal{V}ar(l, t_1, \cdots, t_{i-1})$，$Y_i = \mathcal{V}ar(r, s_{i+1}, \cdots s_n, t_i, \cdots, t_n)$ とし，$\mathcal{F}$ にない記号 $u_1^\rho, \cdots, u_n^\rho$ を用意する．また，所属制約 $\mathcal{M}em$ の集合を $\mathcal{M}em_1 \uplus \cdots \uplus \mathcal{M}em_{n+1}$ と分ける．ただし $\mathcal{M}em_i$ は $\forall\ (w \in \mathcal{T}) \in \mathcal{M}em_i$ において，$\mathcal{V}ar(w) \subseteq X_i$ を満たすものとする．$Z_i = \mathcal{V}ar(\mathcal{M}em_i) \cup \cdots \cup \mathcal{V}ar(\mathcal{M}em_n)$，$W_i = X_i \cap (Y_i \cup Z_{i+1})$，$\overrightarrow{\mathcal{M}em_i}$ を $\mathcal{M}em_i$ の要素の列として，書換え規則の集合 $\mathbb{MU}$ を次のように定義する．

$$
\mathbb{MU}(\rho) = \left\{
\begin{array}{r}
l \to u_1^\rho(s_1, \mathcal{L}ist(W_1)) : \overrightarrow{\mathcal{M}em_1} \\
u_1^\rho(t_1, \mathcal{L}ist(W_1)) \to u_2^\rho(s_2, \mathcal{L}ist(W_2)) : \overrightarrow{\mathcal{M}em_2} \\
\vdots \\
u_n^\rho(t_n, \mathcal{L}ist(W_n)) \to r : \overrightarrow{\mathcal{M}em_{n+1}}
\end{array}
\right.
$$

$$\mathbb{MU}(l \to r : \mathcal{M}em) = l \to r : \mathcal{M}em$$
$$\mathbb{MU}(R) = \textstyle\bigcup_{\rho \in R} \mathbb{MU}(\rho)$$

文脈依存関係 [1]μ を，上記の u_j^ρ について $\mu(u_j^\rho) = \{1\}$ となるように定義した文脈依存書換え系を $\mathbb{MU}(R)(\mu)$ とする．□

最後に，M-CTRS R と M-EV-TRS $\mathbb{MU}(R)$ の書換えの等価性について議論する．この問題は，変換 $\mathbb{MU}$ の模倣完全性 [3] と等価である．ここでは，変換 $\mathbb{MU}$ の模倣完全性を表す以下の定理が成り立つ．

定理 1 R を $\mathcal{F}$ 上の決定的 M-CTRS とする．任意の $\mathcal{F}$ 上の項 $s, t \in \mathcal{T}(\mathcal{F}, \mathcal{V})$ について，$s \overset{*}{\underset{\mathrm{M}}{\to}}_R t$ ならば，かつそのときに限り，$s \overset{*}{\underset{\mathrm{MCS}}{\longrightarrow}}_{\mathbb{MU}(R)(\mu)} t$ である．

4. おわりに

本稿では，紐解き変換を決定的 M-CTRS から M-TRS への変換に拡張した．この変換を戦略の解析などに応用することは今後の課題である．

文　献

[1] Terese: “Term Rewriting Systems”, Cambridge University Press, 2003

[2] Y.Toyama: “Confluent Term Rewriting Systems with Membership Conditions”, In CTRS, pp.228–241, 1987

[3] 西田直樹, 酒井正彦, 坂部俊樹: “構成子項書換え系の逆計算プログラムの生成”, 電子情報通信学会論文誌 D–I, Vol.J88–D–I, No.8, pp.1171–1183, 2005